

Uzročno posljedična povezanost matematičkih znanja, vještine i sposobnosti (kompetencije) u predškolskom odgoju (vrtićima)

prof. Božidar Tepes
Učiteljski fakultet u Zagrebu
bozidar.tepes@ufzg.hr
Gordana Lešin, prof.
Dječji vrtić Milana Sachsa u Zagrebu
g.lesin.zg@zg.t-com.hr
Ana Hrkač, prof.
Dječji vrtić Milana Sachsa u Zagrebu
analov@gmail.com

Summary: In the paper we define mathematical competition for kindergarten children. With statistical set with variables the authors make the causal model for mathematical competitions. At the paper and we have two main conclusions. First in the mathematical competitions we have to include simple sharps and solids together with data analyzing with computer. In the second conclusion we describe casual relations between the mathematical competitions for kindergarten children.

Key words: Mathematical competition, mathematical curriculum for kindergarten, causal model.

1. Uvod

Na početku rada autori definiraju se matematička znanja, vještina i sposobnosti u predškolskom odgoju na temelju Prijedloga okvirnog matematičkog korikula [1]. Za usvajanje matematička znanja, vještina i sposobnosti potrebno je ispitati uzročno posljedičnu povezanost dijelova znanja, vještina i sposobnosti. U radu se analizira uzročno posljedični model. Statistički uzročno posljedični model [2] je izračunat iz statističkog skupa od 67 djece Dječjeg vrtića Milana Sachsa iz Zagreba s dvanaest varijabli mjerenja.

2. Matematička znanja, vještina i sposobnosti u predškolskom odgoju

Kod definiranja matematičkih znanja, vještina i sposobnosti u predškolskom odgoju polazimo od ciljeva koji su upoznavanje s temeljnim matematičkim pojmovima koje će predškolci učiti osnovnoj i strukovnoj srednjoj školi ili gimnaziji [1]. Temeljne matematičke pojmove možemo podijeliti na tri temeljna područja matematike:

Aritmetika
Geometrija
Podatci

Svako od navedenih područja matematike ima svoje znanje, vještine i sposobnosti.

Aritmetička znanja, vještine i sposobnosti su:

Brojevi
Prepoznati brojeve
Nizati brojeve
Zapisati brojeve
Relacije i operacije s brojevima
Uspoređivanje brojeva
Operacija zbrajanja brojeva

Operacija oduzimanja brojeva

Geometrijska znanja, vještine i sposobnosti su:

Prostor

Odnos manje i više

Odnos ispred i iza

Odnos iznad i ispod

Odnos lijevo i desno

Oblik

Razlikovanje crte i plohe

Ravne i zakrivljene crte i plohe (pravac i ravnina)

Prepoznavanje jednostavnih likova (trokut, kvadrat i krug)

Prepoznavanje jednostavnih tijela (kocka, piramida i kugla)

Znanja, vještine i sposobnosti o podacima su:

Podatci

Prikupljanje podataka

Razvrstavanje podataka

Izrada tabela podataka računalom

Prikazivanje podataka

Crtanje podataka

Razlikovanje boja

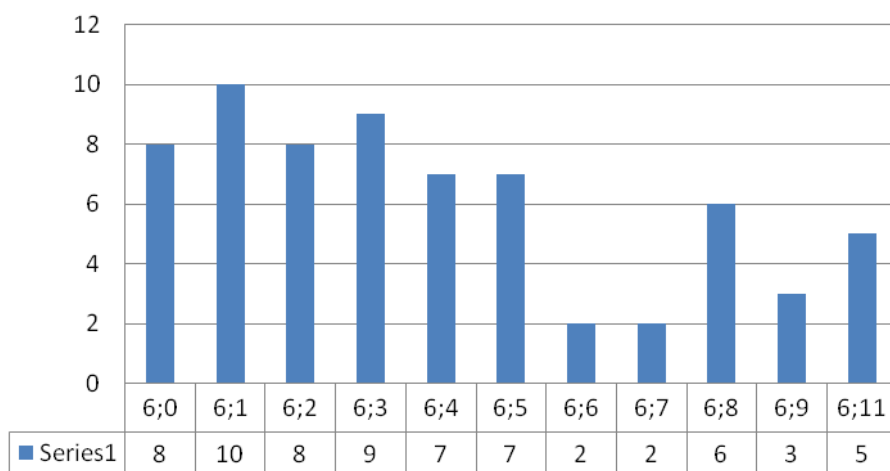
Crtanje podataka računalom

Naš je cilj pokušaj mjerenja matematičkih znanja, vještina i sposobnosti u predškolskom odgoju. Zato je potrebno odrediti statistički skup i obilježja koja mjerimo. Ta obilježja biti će varijable mjerenja našeg uzročno posljedičnog modela.

3. Statistički skup i obilježja ili varijable mjerenja

Elementi našeg statističkog skupa su djeca Dječjeg vrtića Milana Sachsa [3] koja su navršila 6 godina. Veličina statističkog skupa je 67 ili 27 dječaka i 40 djevojčica. Ispitivanje je provedeno u okviru redovnog ispitivanja spremnosti djece za školu i razvojnog praćenja koje je dio kurikula predškolskog odgoja [4]. Dobna struktura prikazana je na Slici 1.

Dobna struktura



Slika 1. Dobna struktura ispitanika

Promatralo se 12 obilježja ili varijabli mjerenja matematičkih znanja, vještina i sposobnosti u predškolskom odgoju. Svaka varijabla mjerenja je opisana postupkom, instrumentima i vrednovanjem rezultata mjerenja. Ispitivanje se obavljalo u listopadu i studenom 2011. u kabinetu psihologa u dječjem vrtiću Milana Sachsa. Djeca su u manjim skupinama rješavala zadatke koji su bili osmišljeni za ispitivanje matematičkih znanja, vještina i sposobnosti.

Varijable mjerenja su:

1. Mehaničko brojanje (MEH 30)
2. Brojanje uz pokazivanje (POK 15)
3. Poznavanje broja prstiju na obje ruke (PRSRUK)
4. Razlikovanje broja i slova (RAZSLO)
5. Poznavanje boja (NIJANS)
6. Pisanje imena (PISIME)
7. Operacija zbrajanja (ZBRAJA)
8. Operacija oduzimanja (ODUZIM)
9. Odnos manje i više (MANVIŠ)
10. Odnos lijevo i desno (LIJDES)
11. Odnos ispred i iza (ISPIZA)
12. Odnos iznad i ispod (IZNISP)

Svaka varijabla mjerenja je posebno opisana kroz zadatke.

1. Mehaničko brojanje (MEH 30)

Dijete je upitano do koliko zna brojati te je zamoljeno da pokaže svoje znanje. Očekivano je da šestogodišnje dijete zna brojati do 30.

2. Brojanje uz pokazivanje (POK 15)

Djetetu je na stol pruženo 20 bojica te je zamoljeno da ih prebroji. Vrednovalo se točno brojanje 15 bojica s pridruživanjem jedan broj samo jednoj bojici, uz pravilan slijed brojki i brojanje bez preskakanja ili višestrukog prebrojavanja jedne od bojica.

3. Poznavanje broja prstiju na obje ruke (PRSRUK)

Dijete je upitano poznaje li koliko prstiju ima na obje ruke. U zadatku nije bilo dozvoljeno prebrojavati prste.

4. Razlikovanje slova i brojki (RAZLO)

Na radnom listu (????) koji sadrži brojke i slova, djeca su prema uputi trebala zaokružiti jednom bojom slova, a drugom bojom brojke.

5. Poznavanje boja (NIJANS)

Prema bojicama koje su djetetu izložene na stolu (crvena, zelena, žuta, plava, ljubičasta, narančasta i smeđa boja), ispitano je razlikuje li dijete boje. Postavljena pitanja su sljedeća: npr. „Koje sve boje vidiš tu?“, „Pokaži mi plavu boju.“, „Gdje je ljubičasta bojica?“.

6. Pisanje imena (PISIME)

Dijete je trebalo napisati svoje ime olovkom na listu papira.

7. Operacija zbrajanja (ZBRAJA)

Razumijevanje operacije zbrajanja u broječanom rasponu od 1 do 10, ispitano je jednostavnim računskim zadacima pribrojavanja 1 do 2 elementa početnom skupu. Računski zadaci su djeci bili zadani kroz ilustrativne priče (npr. Ako imaš 5 pikula i mama ti da još 2 pikule – koliko pikula ćeš tada imati

8. Operacija oduzimanja (ODUZIM)

Razumijevanje operacije oduzimanja u broječanom rasponu od 1 do 10, ispitano je jednostavnim računskim zadacima oduzimanja 1 do 2 elementa početnom skupu. Računski zadaci su djeci bili zadani kroz ilustrativne priče (npr. Ako imaš 6 bombona i prijatelju daš 1 bombon, koliko će tebi ostati?).

9. Odnos manje i više (MANVIŠ)

Usporedba količine elemenata u dva različita skupa ispitivao se putem usporedbe konkretnih materijala. Formirajući dva skupa bojica – djetetu je postavljeno pitanje „U kojoj hrpici ima manje bojica?“, odnosno „U kojoj hrpici ima više bojica?“. Svakom djetetu zadatak je postavljen dva puta s različitim odnosima veličina skupova (nasumično odabrane veličine skupova).

10. Odnos lijevo i desno (LIJDES)

Poznavanje pojmova lijevo i desno ispitano je u okviru djetetove orijentacije na vlastito tijelo. Dijete je zamoljeno da pokaže npr. svoju desnu nogu, lijevo uho, lijevo oko i sl.

11. Odnos ispred iza (ISPIZA)

Uz pomoć slikovnog materijala ispitivano je djetetovo razumijevanje pojmova ispred i iza. Djetetu je ponuđen slikovni materijal (???) te mu se postavljaju konkretna pitanja npr. (tko se nalazi ispred koke?, tko se nalazi iza zeca?)

12. Odnos iznad i ispod (IZNISP)

Uz pomoć slikovnog materijala ispitivano je djetetovo razumijevanje pojmova ispred i iza. Djetetu je ponuđen slikovni materijal (???) te mu se postavljaju konkretna pitanja npr. „Gdje se nalazi knjiga?“ „Što se nalazi ispod stola?“.

Sve varijable su vrednovane binomnom varijablom s vrijednosti 1 za točno riješeni zadatak i vrijednosti 0 ako dijete nije točno riješilo zadatak. To znači binomnu razdiobu varijabli mjerenja.

Uvidom u temeljna matematička znanja, vještine i sposobnosti naše varijable mjerenja ne pokrivaju geometrijski dio oblika i kod podataka prikupljanje podataka s prikazivanjem podataka uz uporabu računala.

4. Strukturni i uzročno posljedični model

Strukturni model pokazuje povezanost varijabli mjerenja. Poznavanje strukturnog modela je uvjet za određivanje uzročno posljedičnog modela [5].

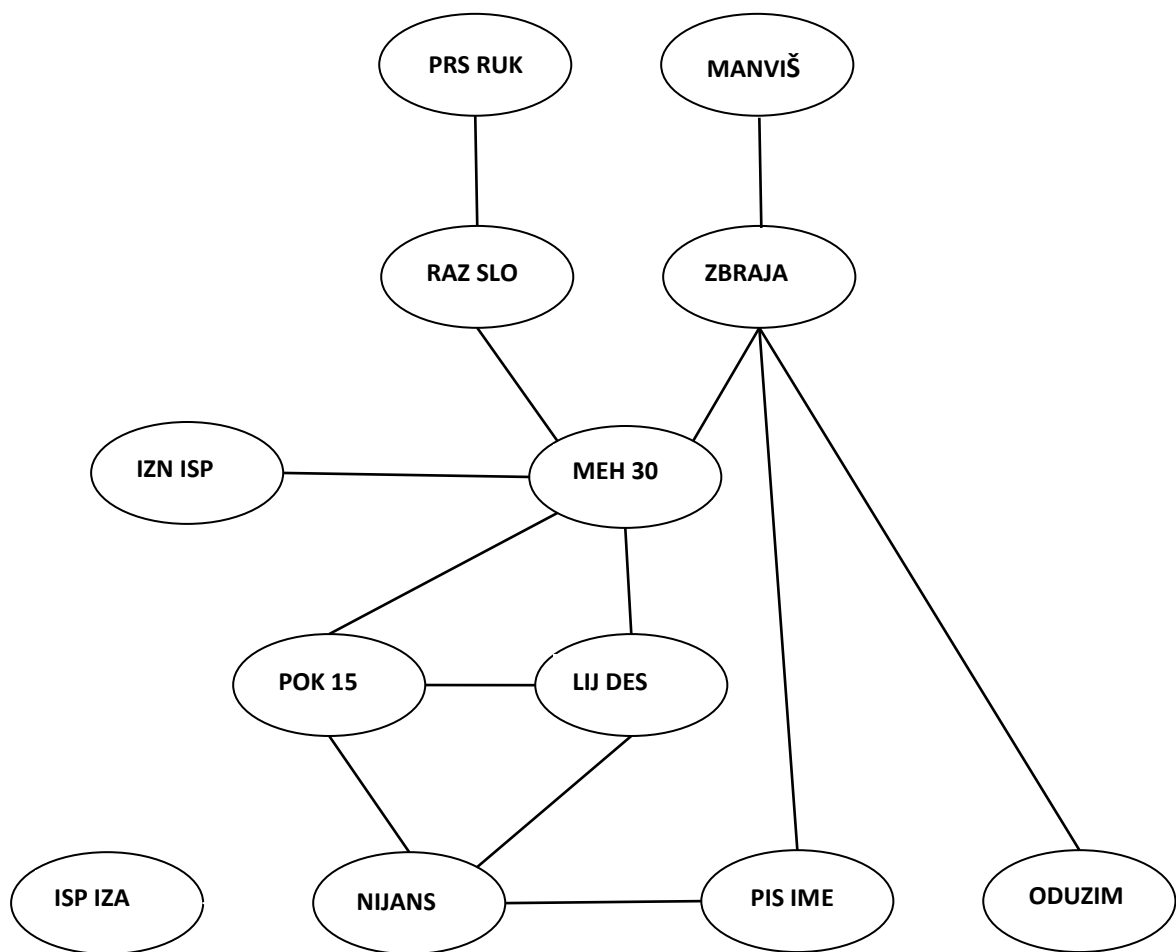
Strukturni model je graf u kojem su vrhovi varijable mjerenja, a bridovi pokazuju povezanost varijabli mjerenja. Bridovi su određeni tabelom parcijalnih korelacija. Koeficijent parcijalne

korelacije vrha i s vrhom j uz oznaku V za skup svih vrhova je $\rho_{ij|V \setminus \{i,j\}}$. Koeficijent parcijalna korelacija određuje intenzitet povezanost vrhova i i j preko svih ostalih vrhova grafa. Vrijednosti koeficijenta parcijalne korelacije su prikazane u Tabeli 1.

Tabela 2. Koeficijenti parcijalne korelacije $\rho_{ij|V \setminus \{i,j\}}$

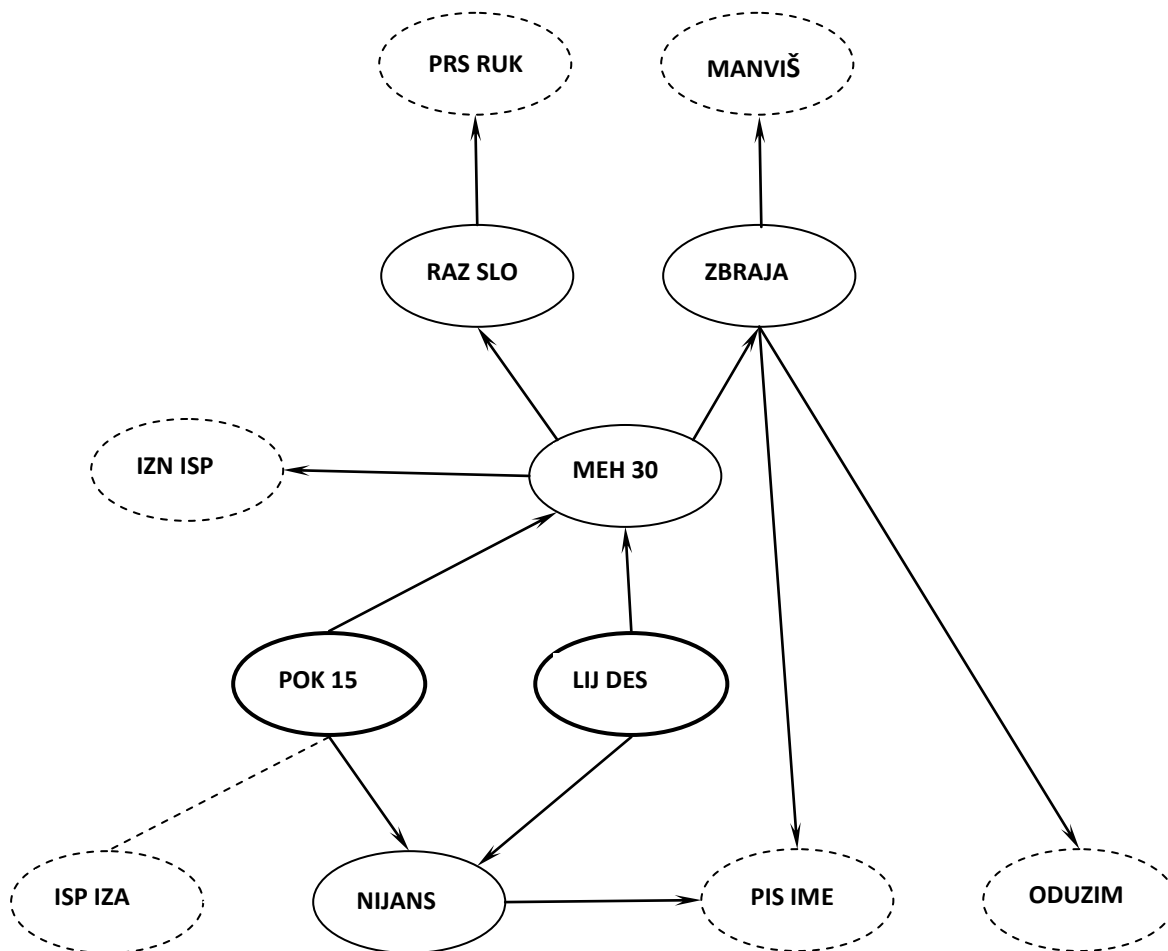
i / j	POK15	ZBRAJA	ODUZIM	MANVIŠ	PRSRUK	RAZSLO	NIJANS	LIJDES	ISPIZA	IZNISP	PIUIME
MEH30	0,49	0,26	-0,06	0,01	-0,07	0,33	-0,14	-0,30	0,09	-0,28	0,09
POK15		0,11	0,02	-0,02	0,02	-0,08	0,30	0,56	0,21	0,11	-0,13
ZBRAJA			0,38	0,40	0,06	0,06	0,06	-0,14	-0,12	0,11	0,27
ODUZIM				-0,011	0,05	0,05	0,03	0,12	0,17	-0,18	-0,18
MANVIŠ					0,24	-0,24	-0,01	0,01	0,17	0,12	-0,06
PRSRUK						0,72	0,21	0,04	-0,19	-0,18	0,03
RAZSLO							-0,11	0,05	0,11	0,23	0,05
NIJANS								-0,29	-0,09	0,02	0,39
ISPIZA									-0,03	0,09	0,19
LIJDES										0,03	0,12
IZNISP											-0,01

U Tabeli 2. označeni su koeficijenti parcijalne korelacije iznosom većim od 0,25 ili $|\rho_{ij|V \setminus \{i,j\}}| \geq 0,25$. Strukturni model sadrži bridove koji spajaju vrhove koji imaju označeni koeficijent parcijalne korelacije. Strukturni model prikazan je na Slici 2..



Slika 2. Strukturni model matematičkih znanja, vještina i sposobnosti

Iz strukturnog modela izračunavamo uzročno posljedični model koristeći algoritam J. Pearl [6] koji je razrađen u radu J-P. Pellet & A. Elisseff [7]. Ideja algoritma je razbijanje trokuta u strukturnom grafu i traženje V-struktura koje imaju posebno značenje u kauzalnom modelu. U našem strukturnom grafu imamo dva trokuta: $POK15 - MEH30 - LIJDES$ i $POK15 - NIJANS - LIJDES$. Naprijed opisanim algoritmom su dobivene dvije V-strukture: $POK15 \rightarrow MEH30 \leftarrow LIJDES$ i $POK15 \rightarrow NIJANS \leftarrow LIJDES$. Svaka od opisanih V-struktura pokazuje zavisnost krajnjih vrhova uz poznavanje vrha u sredini. To je vidljivo iz koeficijenata parcijalne korelacije $\rho_{POK15 LIJDES | MEH30 ZBROJ} = 0,56$ i $\rho_{POK15 LIJDES | NIJANS PISIME} = 0,49$. Algoritam nastavljamo traženjem niza vrhova $i \rightarrow j \rightarrow k$, $i \leftarrow j \rightarrow k$ ili $i \leftarrow j \leftarrow k$ koje pokazuju nezavisnost krajnjih vrhova o vrhu u sredini uz poznavanje vrha u sredini ili $|\rho_{i|k|j}| < 0,25$. Ovim je postupkom dobiven kauzalni model matematičkih pojmova u predškolskom odgoju. Kauzalni model prikazan je na Slici 3..



Slika 3. Uzročno posljedični model matematičkih znanja, vještina i sposobnosti

Na uzročno posljedičnom modelu debljom linijom označena najvažnija ili temeljna matematička znanja, vještine i sposobnosti, a sa crtkanom linijom su označena krajnja matematička znanja, vještine i sposobnosti.

Temeljna matematička znanja, vještine i sposobnosti su brojanje uz pokazivanje (BRO15) i odnos lijevo i desno (LIJDES). Krajnja matematička znanja, vještine i sposobnosti su odnosi manje i više (MANVIŠ), odnos ispred i iza (ISPIZA), odnos iznad i ispod (IZNISP), poznavanje broja prstiju na obje ruke (PRSRUK), pisanje imena (PISIME) i operacija oduzimanja (ODUZIM). Temeljna matematička znanja, vještine i sposobnosti imaju i najsloženija pitanja koja od djece zahtijevaju veći stupanj razumijevanja. Krajnja matematička znanja, vještine i sposobnosti kasnije se usvajaju i zahtijevaju poznavanje ostalih kako temeljnih tako i posrednih matematička znanja, vještine i sposobnosti koja su označena običnom linijom.

4. Zaključak

Ovaj rad pokazuje **postojanje** potrebe za proširenjem korikula za matematička znanja, vještine i sposobnosti ranog i predškolskog odgoja s dijelom geometrije oblika (razlikovanje crte i plohe, ravne i zakrivljene crte i plohe (pravac i ravnina), Prepoznavanje jednostavnih likova (trokut, kvadrat i krug) i prepoznavanje jednostavnih tijela (kocka, piramida i kugla)) i podacima (prikupljanje podataka, razvrstavanje podataka, izrada tabela podataka računalom i crtanje podataka računalom) [8] [9]. **Prilikom kreiranja modela za ova mjerenja nije moguće koristiti samo binarno vrednovanje „0“ ili „1“.** Naime, potrebno je osmisliti i primijeniti kompleksniji sustav varijabli za pravovaljanost rezultata mjerenja. Treba naglasiti i različitost spoznajnih mogućnosti kod predškolske djece razne životne dobi. Rezultati mogu biti jako promjenjivi u svakoj pojedinoj životnoj dobi djeteta, pa bi i sama mjerenja trebala biti popraćena bogatim materijalnim kontekstom i didaktikom koja bi ovisila o djetetovu uzrastu.

U daljnjem istraživanju trebali bi povećati varijable i uključiti veći broj djece u istraživanje. Poželjno bi bilo obuhvatiti i geometrijske oblike i tijela, što u ovom modelu nije uključeno. Aktivnosti na tu temu provodimo u predškolskim skupinama uz bogate poticaje napravljene od prirodno neoblikovanog materijala.

U svrhu što točnijeg vrednovanja rezultata bi trebalo uključiti i znatniji broj djece ispitanika, kako bi prosječna referentna veličina znanja, vještine i sposobnosti bila što jasnije definirana i kao takva mogla poslužiti kao standard mjerenja u statističkom smislu.

Iz modela potrebno je poznavati temeljna matematička znanja, vještine i sposobnosti su brojanje uz pokazivanje i odnos lijevo i desno.

Krajnja matematička znanja, vještine i sposobnosti su odnosi manje i više, odnos ispred i iza, odnos iznad i ispod, poznavanje broja prstiju na obje ruke, pisanje imena i operacija oduzimanja. Matematička znanja, vještine i sposobnosti koje treba savladati između temeljnih krajnjih su mehaničko brojanje do 30, operacija zbrajanja, razlikovanje slova i brojki i poznavanje boja.

Kao i u gore spomenutom slučaju, za pouzdaniji uzročno posljedični model matematičkih znanja, vještine i sposobnosti potrebno bi bilo imati veći statistički skup i povećati broj varijabli mjerenja.

5. Literatura

- [1] Hrvatsko matematičko društvo (2009), Prijedlog okvirnog matematičkog korikula (dorađena inačica), http://www.matematika.hr/news/9912/Matematika-NOK-15102009-po_domenama.pdf
- [2] Tepeš, B. (2009), Statistički modeli na grafovima, Učiteljski fakultet, Zagreb, <http://www.ufzg.unizg.hr/wp-content/uploads/2012/02/Statisti%C4%8Dki-modeli-na-grafovima1.pdf>
- [3] Dječji vrtić Milana Sachsa (2011), Zagreb, <http://www.dvmilanasachsa.hr/>
- [4] Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje (2011), Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske, <http://public.mzos.hr/Default.aspx?sec=2685>
- [6] J. Whittaker, Graphical models in applied multivariate statistics, John Wiley & Sons, 1989

- [5] Pearl J..Causality: Models (2000), Reasoning, and Inference, Cambridge University Press, 2000
- [7] Pellet, JP. & Elisseeff, A.(2007), A Partial Correlation-Based Algorithm for Causal Structure Discovery with Continuous Variables. in M. R. Berthold, J. Shawe-Taylor and N. Lavrač (eds), *Advances in Intelligent Data Analysis VII, 7th International Symposium on Intelligent Data Analysis*, pp. 229–239.
- [8] Kurikulum za predškolski odgoj, Lpfö 98 (2001), Ministarstvo obrazovanja i znanosti Švedske i nacionalna agencija za obrazovanje, http://www.see-educoop.net/education_in/pdf/swed_presch_curric_eng-oth-hrv-t06.pdf
- [9] Kliman, M., Russel, S. J., Wright T., Mokros J. (2006) *Mathematical Thinking at Grade 1.*, Technical Education Research Centers & Scott Foresmann, Cambridge MA